HOJA DE EJERCICIOS · MATEMÁTICAS · 1.º Y 2.º DE BACHILLERATO

Cómo representar una función

Intenta cada ejercicio por tu cuenta, en el hueco de debajo. Las soluciones, paso a paso, están al final de la hoja. La teoría, los ejemplos explicados y un test rápido están en la guía: **metodonmv.com/profesores-clases-matematicas/representar-funciones/**

1 Estudia $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

2 Estudia $f(x) = \dfrac{2x + 1}{x - 3}$.

3 Halla extremos y punto de inflexión de $f(x) = x^3 - 3x$.

4 Halla el dominio de $f(x) = \dfrac{\sqrt{x - 4}}{x - 6}$.

5

Halla las asíntotas de $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 2}$.

6

SELECTIVIDAD DE MADRID · MATEMÁTICAS II · EXTRAORDINARIA 2026

Sea la función $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x)}$. Halle el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos con sus correspondientes valores.

7

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Estudia y representa $f(x) = x^3 - 12x$.

8

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Estudia $g(x) = \dfrac{x^2}{x - 3}$.

9

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Estudia $h(x) = \ln(x - 1)$.

¿Se atasca con estos ejercicios? Reserva una llamada de 15 minutos y vemos dónde se pierde. Tú eliges día y hora.

metodonmv.es/llamada
o WhatsApp 611 60 89 98

SOLUCIONES

Cómo representar una función

1 Dominio $\mathbb{R}$. Corta el eje Y en $(0, 3)$ y el eje X en $x = 1$ y $x = 3$.

$f'(x) = 2x - 4 = 0$ da $x = 2$ y $f(2) = -1$. Mínimo en $(2, -1)$.

2 Dominio $\mathbb{R} - \{3\}$. Asíntota vertical $x = 3$ y horizontal $y = 2$. Corta el eje Y en $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$ y el eje X en $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$.

Como $f'(x) = \dfrac{-7}{(x-3)^2} < 0$, decrece en todo su dominio y no tiene extremos.

3 $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$ da $x = \pm 1$. Máximo en $(-1, 2)$ y mínimo en $(1, -2)$.

Como $f''(x) = 6x$, la inflexión está en $(0, 0)$.

4 Hace falta $x - 4 \geq 0$ y $x \neq 6$.

Dominio: $[4, 6) \cup (6, +\infty)$.

5 Vertical: $x = 2$.

Oblicua: $x^2 - 1 = (x-2)(x+2) + 3$, así que $f(x) = x + 2 + \dfrac{3}{x-2}$ y la asíntota es $y = x + 2$.

6 **Dominio.** El logaritmo exige $x > 0$, y el denominador no puede anularse: $\ln x = 0$ cuando $x = 1$. El dominio es $(0, 1) \cup (1, +\infty)$. Fíjate en que $x = 1$ queda fuera del dominio: ahí no podrá haber extremo.

Derivada (cociente, con $(\ln x)' = \frac{1}{x}$):

$$f'(x) = \frac{1 \cdot \ln x - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$$

Puntos críticos. El denominador es siempre positivo en el dominio, así que $f'(x) = 0$ solo si $\ln x = 1$, es decir, $x = e$.

Signo de f'. Con el signo del numerador $\ln x - 1$: es negativo si $x < e$ y positivo si $x > e$. Pero hay que partir el intervalo $(0, e)$ por el punto $x = 1$, que no está en el dominio.

Así, f es **decreciente** en $(0, 1)$ y en $(1, e)$, y **creciente** en $(e, +\infty)$.

Extremo. En $x = e$ pasa de decrecer a crecer: mínimo relativo, de valor $f(e) = \dfrac{e}{\ln e} = e$. No hay máximo relativo.

Para el dibujo conviene saber qué pasa cerca de $x = 1$: $\lim_{x \to 1^-} \dfrac{x}{\ln x} = -\infty$ y $\lim_{x \to 1^+} \dfrac{x}{\ln x} = +\infty$, así que $x = 1$ es una asíntota vertical.

Resultado: Dominio $(0, 1) \cup (1, +\infty)$; decreciente en $(0, 1)$ y $(1, e)$, creciente en $(e, +\infty)$; mínimo relativo en $x = e$, con $f(e) = e$.

7

Dominio: es un polinomio, así que todos los reales.

Cortes: $f(0) = 0$. Además:

$$x^3 - 12x = x(x^2 - 12) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0,\; x = \pm\sqrt{12} \approx \pm 3{,}46$$

Simetría: $f(-x) = -x^3 + 12x = -f(x)$. Es impar.

Asíntotas: no tiene, por ser polinomio.

Crecimiento: $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x-2)(x+2)$. Se anula en $x = \pm 2$.

$$\text{crece en } (-\infty, -2) \cup (2, +\infty); \quad \text{decrece en } (-2, 2)$$

Extremos: máximo en $(-2, 16)$, porque $f(-2) = -8 + 24 = 16$. Mínimo en $(2, -16)$, porque $f(2) = 8 - 24 = -16$.

Curvatura: $f''(x) = 6x$, que se anula en $x = 0$. Para $x < 0$ se abre hacia abajo y para $x > 0$, hacia arriba. Inflexión en $(0, 0)$.

Comprueba con un punto: $f(3) = 27 - 36 = -9$. Está entre el mínimo $(2, -16)$ y el corte con X en $3{,}46$, y la función ya sube después de 2. Cuadra.

Resultado: Máximo $(-2, 16)$, mínimo $(2, -16)$, inflexión $(0, 0)$ y cortes en 0 y $\pm 3{,}46$

8

Dominio: el denominador vale 0 en $x = 3$. Dominio: $\mathbb{R} - \{3\}$.

Cortes: $g(0) = 0$ y $g(x) = 0$ solo si $x = 0$. El único corte es $(0, 0)$.

Asíntota vertical: $x = 3$. Por la derecha, $\frac{9}{0^+} = +\infty$. Por la izquierda, $\frac{9}{0^-} = -\infty$.

Asíntota oblicua: al dividir x^2 entre $x - 3$ sale $x + 3$ y resto 9:

$$g(x) = x + 3 + \frac{9}{x-3} \;\Rightarrow\; y = x + 3$$

Crecimiento:

$$g'(x) = \frac{2x(x-3) - x^2}{(x-3)^2} = \frac{x(x-6)}{(x-3)^2}$$

Se anula en $x = 0$ y $x = 6$. Crece en $(-\infty, 0)$ y en $(6, +\infty)$. Decrece en $(0, 3)$ y en $(3, 6)$.

Extremos: máximo relativo en $(0, 0)$. Mínimo relativo en $(6, 12)$, porque $g(6) = \frac{36}{3} = 12$.

Comprueba: $g(1) = -0{,}5$, por debajo del máximo, y $g(5) = 12{,}5$, algo por encima del mínimo. Cuadra.

Resultado: Asíntotas $x = 3$ e $y = x + 3$; máximo relativo $(0, 0)$ y mínimo relativo $(6, 12)$

9

Dominio: hace falta $x - 1 > 0$, es decir, $x > 1$. Dominio: $(1, +\infty)$.

Cortes: no corta el eje Y, porque $x = 0$ no está en el dominio. Con el eje X: $\ln(x-1) = 0$ da $x - 1 = 1$, es decir, $x = 2$. Punto $(2, 0)$.

Asíntota vertical: $x = 1$. Cuando x se acerca a 1 por la derecha, h tiende a $-\infty$. No tiene asíntota horizontal: crece sin parar, aunque despacio.

Crecimiento: $h'(x) = \dfrac{1}{x-1} > 0$ en todo el dominio. Siempre crece. Sin extremos.

Curvatura: $h''(x) = -\dfrac{1}{(x-1)^2} < 0$. Se abre siempre hacia abajo.

Un punto más para dibujar: $h(e+1) = \ln e = 1$, con $e + 1 \approx 3{,}72$.

Resultado: Dominio $(1, +\infty)$, asíntota $x = 1$, siempre creciente y abierta hacia abajo

¿Se atasca con estos ejercicios? Reserva una llamada de 15 minutos y vemos dónde se pierde. Tú eliges día y hora.

metodonmv.es/llamada
o WhatsApp 611 60 89 98