HOJA DE EJERCICIOS · MATEMÁTICAS · 1.º Y 2.º DE BACHILLERATO · SELECTIVIDAD

Límites de funciones

Intenta cada ejercicio por tu cuenta, en el hueco de debajo. Las soluciones, paso a paso, están al final de la hoja. La teoría, los ejemplos explicados y un test rápido están en la guía: **metodonmv.com/profesores-clases-matematicas/limites-funciones/**

1 Calcula $\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.

2 Calcula $\lim_{x \to \infty} \frac{4x^3 - x}{x^3 + 2}$.

3 Calcula $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 1}{x + 3}$.

4 Calcula $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(3x)}{x}$.

5

Calcula $\lim_{x\to 2^+} \dfrac{1}{x-2}$ y $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{1}{x-2}$. ¿Existe $\lim_{x\to 2} \dfrac{1}{x-2}$?

6

SELECTIVIDAD DE MADRID · MATEMÁTICAS II · ORDINARIA 2026 (COINCIDENTES)

Calcule los siguientes límites:

a) (1 punto) $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)$.

b) (1 punto) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}-1}{\ln(1+2x)}$.

7

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Calcula $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2}$.

8

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Calcula $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$.

9

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Calcula $\lim_{x \to \infty} \dfrac{3x^2 + 5x}{2x^2 - 1}$.

¿Se atasca con estos ejercicios? Reserva una llamada de 15 minutos y vemos dónde se pierde. Tú eliges día y hora.

metodonmv.es/llamada
o WhatsApp 611 60 89 98

SOLUCIONES

Límites de funciones

1 Sale $\frac{0}{0}$. Factorizamos: $\dfrac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x+3$.

Con $x = 3$ sale 6.

2 Los grados son iguales (3). El límite es $\dfrac{4}{1} = 4$.

3 El grado de arriba (2) es mayor que el de abajo (1). El límite es $+\infty$.

4 Escribimos $\dfrac{\operatorname{sen} 3x}{x} = 3 \cdot \dfrac{\operatorname{sen} 3x}{3x}$.

Como $\frac{\operatorname{sen} u}{u} \to 1$ cuando $u \to 0$, el límite es 3.

5 Por la derecha, $x-2$ es pequeño y positivo: $+\infty$. Por la izquierda, pequeño y negativo: $-\infty$.

Los laterales no coinciden, así que el límite no existe.

6 **a)** Al sustituir, $\sqrt{x^2+3x} \to +\infty$ y $x \to +\infty$: sale $\infty - \infty$, una indeterminación. Con raíces se resuelve multiplicando y dividiendo por el **conjugado**, que convierte la diferencia en una suma.

Usamos $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ y la raíz desaparece del numerador:

$$\sqrt{x^2+3x} - x = \frac{(x^2+3x) - x^2}{\sqrt{x^2+3x} + x} = \frac{3x}{\sqrt{x^2+3x} + x}$$

Ahora es ∞/∞. Dividimos numerador y denominador entre x (con $x > 0$, $\sqrt{x^2} = x$):
$\dfrac{3}{\sqrt{1+3/x}+1} \to \dfrac{3}{1+1} = \dfrac{3}{2}$.

b) Al sustituir $x = 0$ sale $\dfrac{e^0 - 1}{\ln 1} = \dfrac{0}{0}$, así que se puede aplicar la regla de L'Hôpital: derivamos numerador y denominador por separado.

La derivada del numerador es $3e^{3x}$ y la del denominador, $\dfrac{2}{1+2x}$:

$$\lim_{x\to 0} \frac{3e^{3x}}{\frac{2}{1+2x}} = \frac{3 \cdot 1}{2/1} = \frac{3}{2}$$

Comprobación rápida: para x pequeño, $e^{3x} - 1 \approx 3x$ y $\ln(1+2x) \approx 2x$, y su cociente es $\dfrac{3x}{2x} = \dfrac{3}{2}$. Coincide.

Resultado: a) $\dfrac{3}{2}$ · **b)** $\dfrac{3}{2}$.

7 Sustituimos y sale $\frac{0}{0}$. Hay que transformar.

Factorizamos el numerador y simplificamos:

$$\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$$

Ahora sí sustituimos: $2+2 = 4$.

Comprobación con un número cercano: para $x = 2{,}001$, $\dfrac{4{,}004001 - 4}{0{,}001} = 4{,}001$. Se acerca a 4.

Resultado: $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = 4$

8 Sustituimos y sale $\frac{0}{0}$.

Multiplicamos arriba y abajo por el conjugado, $\sqrt{x+4}+2$. Arriba queda $(x+4)-4=x$:

$$\frac{x}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}$$

Sustituimos: $\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$.

Resultado: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}=\frac{1}{4}$

9 Los dos grados son 2. El límite es el cociente de los coeficientes principales: $\frac{3}{2}$.

Otra forma: dividir arriba y abajo entre x^2.

$$\frac{3+\frac{5}{x}}{2-\frac{1}{x^2}}\longrightarrow\frac{3+0}{2-0}=\frac{3}{2}$$

Comprobación con $x=1000$: $\frac{3\,005\,000}{1\,999\,999}\approx 1{,}5025$.

Resultado: $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x}{2x^2-1}=\frac{3}{2}$

¿Se atasca con estos ejercicios? Reserva una llamada de 15 minutos y vemos dónde se pierde. Tú eliges día y hora.

metodonmv.es/llamada
o WhatsApp 611 60 89 98