HOJA DE EJERCICIOS · MATEMÁTICAS · 1.º Y 2.º DE BACHILLERATO

Distribución binomial

Intenta cada ejercicio por tu cuenta, en el hueco de debajo. Las soluciones, paso a paso, están al final de la hoja. La teoría, los ejemplos explicados y un test rápido están en la guía: **metodonmv.com/profesores-clases-matematicas/distribucion-binomial/**

1 Lanzas una moneda 6 veces. ¿Qué probabilidad hay de sacar exactamente 4 caras?

2 Un tirador acierta el $80\,\%$ de sus disparos. Dispara 5 veces. Calcula la probabilidad de acertar los 5 y la de acertar al menos 4.

3 Tiras un dado 8 veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar exactamente dos seises?

4 Calcula la media y la desviación típica de $X \sim B(50;\ 0{,}2)$.

5 En una fábrica el $10\,\%$ de los tornillos son defectuosos. Se eligen 200. Aproxima por una normal la probabilidad de que haya 15 defectuosos o menos.

6 ¿Se puede aproximar por una normal una $B(30;\ 0{,}1)$? ¿Y una $B(50;\ 0{,}5)$?

7

SELECTIVIDAD DE MADRID · MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II · ORDINARIA 2025

Para poder participar en el concurso «Mejor Jabón Artesano del año» es necesario pasar un control de calidad muy exigente. Un maestro jabonero sabe que el $90\,\%$ de sus pastillas de jabón hechas a mano pasarían sin problemas este control de calidad.

3.1.a) (1 punto) La empresa organizadora del concurso elegirá en el taller de cada participante una muestra aleatoria simple de pastillas de jabón para obtener una estimación de la proporción de ellas que superan el control de calidad. Suponiendo cierta la creencia del maestro jabonero sobre la calidad de sus pastillas, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra de pastillas de jabón que la empresa organizadora debe tomar en el taller de este artesano para garantizar, con un nivel de confianza del $95\,\%$, que el margen de error en la estimación sea inferior al $5\,\%$.

3.1.b) (1,5 puntos) Si finalmente la organización decide seleccionar una muestra aleatoria simple de 140 pastillas de jabón de este artesano, calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 120 pastillas de jabón superen el control de calidad.

8

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Una máquina de feria da premio en el $30\,\%$ de las partidas. Juegas 5 veces. Calcula la probabilidad de ganar exactamente 2 premios y la de ganar al menos uno.

9

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

En un test de 10 preguntas con 4 opciones, contestas todas al azar. Sea X el número de aciertos. Calcula la probabilidad de acertar exactamente 3, el número medio de aciertos y la desviación típica.

10

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Contestas al azar un examen de 100 preguntas de verdadero o falso. Calcula la probabilidad de acertar 60 o más.

¿Se atasca con estos ejercicios? Reserva una llamada de 15 minutos y vemos dónde se pierde. Tú eliges día y hora.

metodonmv.es/llamada
o WhatsApp 611 60 89 98

SOLUCIONES

Distribución binomial

1 $X \sim B(6;\, 0{,}5)$. $P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0{,}5^4 \cdot 0{,}5^2 = 15 \cdot 0{,}5^6 = \dfrac{15}{64} \approx 0{,}2344$.

2 $X \sim B(5;\, 0{,}8)$. $P(X = 5) = 0{,}8^5 = 0{,}32768 \approx 0{,}3277$.

$P(X = 4) = 5 \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}2 = 5 \cdot 0{,}4096 \cdot 0{,}2 = 0{,}4096$.

$P(X \geq 4) = 0{,}4096 + 0{,}32768 = 0{,}73728 \approx 0{,}7373$.

3 $X \sim B\left(8;\, \frac{1}{6}\right)$. $P(X = 2) = \binom{8}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^6 = 28 \cdot \dfrac{1}{36} \cdot 0{,}3349 \approx 0{,}2605$.

4 $\mu = 50 \cdot 0{,}2 = 10$. $\sigma = \sqrt{50 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8} = \sqrt{8} \approx 2{,}83$.

5 $X \sim B(200;\, 0{,}1)$: $n\,p = 20$ y $n\,q = 180$, se puede aproximar. $Y \sim N(20,\ \sqrt{18} \approx 4{,}24)$.

$$P(X \leq 15) = P(Y \leq 15{,}5) = P\left(Z \leq \frac{15{,}5 - 20}{4{,}24}\right) = P(Z \leq -1{,}06).$$

Por simetría: $1 - P(Z \leq 1{,}06) = 1 - 0{,}8554 = 0{,}1446$.

6 $B(30;\, 0{,}1)$: $n\,p = 3 < 5$, no se puede.

$B(50;\, 0{,}5)$: $n\,p = 25$ y $n\,q = 25$, ambos mayores que 5, sí se puede.

7 a) Es un tamaño de muestra para una proporción con $p = 0{,}90$ y $q = 0{,}10$ (se supone cierta la creencia del maestro). Para el $95\,\%$, $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.

El margen de error es $E = z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p\,q}{n}}$ y debe ser menor que $0{,}05$. Se despeja n:

$$n > \frac{z_{\alpha/2}^2\, p\, q}{E^2} = \frac{1{,}96^2 \cdot 0{,}90 \cdot 0{,}10}{0{,}05^2} = 138{,}2976$$

Como n tiene que ser entero y el error debe quedar por debajo de $5\,\%$, se redondea hacia arriba: **139 pastillas** como mínimo.

b) Sea X el número de pastillas, entre las 140, que superan el control. Cada pastilla pasa o no pasa con la misma probabilidad y son independientes, así que $X \sim B(140;\, 0{,}90)$. Se pide $P(X \geq 120)$.

Se puede aproximar por una normal porque $n\,p = 126 > 5$ y $n\,q = 14 > 5$ (la condición de más arriba). La normal tiene la misma media y la misma desviación típica que la binomial:

Parámetros de la normal Y:

$$\mu = n\,p = 140 \cdot 0{,}90 = 126 \qquad \sigma = \sqrt{n\,p\,q} = \sqrt{12{,}6} \approx 3{,}55 \qquad Y \sim N(126;\, 3{,}55)$$

La binomial toma valores enteros, así que $P(X \geq 120)$ se calcula con la corrección de continuidad: $P(Y \geq 119{,}5)$. Se tipifica y se usa la simetría de la tabla, $P(Z \geq -1{,}83) = P(Z \leq 1{,}83)$:

$$P(Y \geq 119{,}5) = P\left(Z \geq \frac{119{,}5 - 126}{3{,}55}\right) = P(Z \geq -1{,}83) = 0{,}9664$$

Resultado: a) al menos 139 pastillas · b) $P(X \geq 120) \approx 0{,}9664$, es decir, un $96{,}6\,\%$

8 Identifica los datos: $n = 5$, $p = 0{,}3$, $q = 0{,}7$. Entonces $X \sim B(5;\, 0{,}3)$.

Exactamente 2 premios:

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7^3 = 10 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}343 = 0{,}3087$$

«Al menos uno» es lo contrario de «ninguno». Calculamos ese y restamos.

Ninguno:

$$P(X = 0) = 0{,}7^5 = 0{,}16807$$

Al menos uno:

$$P(X \geq 1) = 1 - 0{,}16807 = 0{,}83193$$

Resultado: $P(X = 2) = 0{,}3087$ y $P(X \geq 1) \approx 0{,}8319$

9 Cada pregunta es un intento con $p = \frac{1}{4} = 0{,}25$ y $q = 0{,}75$. Entonces $X \sim B(10;\, 0{,}25)$.

Tres aciertos:

$$P(X = 3) = \binom{10}{3} \cdot 0{,}25^3 \cdot 0{,}75^7 = 120 \cdot 0{,}015625 \cdot 0{,}13348 \approx 0{,}2503$$

Media:

$$\mu = 10 \cdot 0{,}25 = 2{,}5$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{10 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75} = \sqrt{1{,}875} \approx 1{,}37$$

Resultado: $P(X = 3) \approx 0{,}2503$, $\mu = 2{,}5$ aciertos y $\sigma \approx 1{,}37$

10 $X \sim B(100;\, 0{,}5)$. Comprobamos: $n\,p = 50 \geq 5$ y $n\,q = 50 \geq 5$, así que se puede aproximar.

Media y desviación de la normal:

$$\mu = 100 \cdot 0{,}5 = 50 \qquad \sigma = \sqrt{100 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5} = 5 \qquad Y \sim N(50,\, 5)$$

Con la corrección de continuidad, $P(X \geq 60)$ se convierte en $P(Y \geq 59{,}5)$. Tipificamos:

$$P(Y \geq 59{,}5) = P\left(Z \geq \frac{59{,}5 - 50}{5}\right) = P(Z \geq 1{,}9)$$

Con la tabla de la normal, $P(Z \leq 1{,}9) = 0{,}9713$:

$$P(Z \geq 1{,}9) = 1 - 0{,}9713 = 0{,}0287$$

Resultado: $P(X \geq 60) \approx 0{,}0287$, es decir, un $2{,}9\,\%$. Sin corrección de continuidad saldría $0{,}0228$.

¿Se atasca con estos ejercicios? Reserva una llamada de 15 minutos y vemos dónde se pierde. Tú eliges día y hora.

metodonmv.es/llamada
o WhatsApp 611 60 89 98