HOJA DE EJERCICIOS · MATEMÁTICAS · 1.º Y 2.º DE BACHILLERATO · SELECTIVIDAD

Reglas de derivación

Intenta cada ejercicio por tu cuenta, en el hueco de debajo. Las soluciones, paso a paso, están al final de la hoja. La teoría, los ejemplos explicados y un test rápido están en la guía: **metodonmv.com/profesores-clases-matematicas/derivadas-reglas/**

1 Deriva $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 8x$.

2 Deriva $f(x) = x \ln x$ y calcula $f'(e)$.

3 Deriva $f(x) = \operatorname{sen}(5x)$ y calcula $f'(0)$.

4 Deriva $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$ y calcula $f'(0)$.

5

Deriva $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ y calcula $f'(2)$.

6

SELECTIVIDAD DE MADRID · MATEMÁTICAS II · ORDINARIA 2025 (COINCIDENTES)

Para la función $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$, se pide:

a) (0,75 puntos) Determinar su dominio y estudiar su paridad.

b) (1 punto) Calcular los límites: $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ y $\lim_{x \to -\infty} \big(f(x) + x\big)$.

c) (0,75 puntos) Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ para $x = 1$.

7

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Deriva $f(x) = x^2\, e^x$ y calcula $f'(1)$.

8

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Deriva $g(x) = \dfrac{3x + 1}{x - 2}$ y calcula $g'(3)$.

9

EJEMPLO DE LA GUÍA: REHAZLO SIN MIRAR

Deriva $h(x) = (2x^2 - 3)^5$ y calcula $h'(1)$.

¿Se atasca con estos ejercicios? Reserva una llamada de 15 minutos y vemos dónde se pierde. Tú eliges día y hora.

metodonmv.es/llamada
o WhatsApp 611 60 89 98

SOLUCIONES

Reglas de derivación

1 $f'(x) = 20x^3 - 6x + 8$.

2 $f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \dfrac{1}{x} = \ln x + 1$.

$f'(e) = 1 + 1 = 2$.

3 $f'(x) = 5\cos(5x)$.

$f'(0) = 5\cos 0 = 5$.

4 $f'(x) = \dfrac{1 \cdot (x^2+1) - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{1 - x^2}{(x^2+1)^2}$.

$f'(0) = \dfrac{1}{1} = 1$.

5 Cadena: $f'(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$.

$f'(2) = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$.

6 **a)** Una raíz cuadrada exige radicando no negativo: $x^2 + 3x = x(x+3) \geq 0$. La parábola $x(x+3)$ es positiva fuera de sus raíces -3 y 0, así que el dominio es $(-\infty, -3] \cup [0, +\infty)$.

Paridad: $f(-x) = \sqrt{x^2 - 3x}$, que no es $f(x)$ ni $-f(x)$. Tampoco el dominio es simétrico (el 2 está, el -2 no). No es ni par ni impar.

b) Primer límite. Para $x < 0$, $\sqrt{x^2+3x} = |x|\sqrt{1+3/x} = -x\sqrt{1+3/x}$. Por eso $\dfrac{f(x)}{x} = -\sqrt{1+\dfrac{3}{x}} \to -1$.

Segundo límite: sale $\infty - \infty$ y se usa el conjugado:

$$\sqrt{x^2+3x} + x = \frac{3x}{\sqrt{x^2+3x} - x} = \frac{3}{-\sqrt{1+3/x} - 1} \longrightarrow \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

(En la última igualdad dividimos entre $x < 0$, y por eso la raíz queda con signo menos.) Estos dos límites son los que dan la asíntota oblicua $y = -x - \frac{3}{2}$ en $-\infty$.

c) Punto: $f(1) = \sqrt{1+3} = 2$. Pendiente: la derivada de una raíz es la derivada del radicando entre el doble de la raíz (regla de la cadena), $f'(x) = \dfrac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x}}$.

En $x = 1$: $f'(1) = \dfrac{5}{2 \cdot 2} = \dfrac{5}{4}$. Con la forma punto-pendiente: $y - 2 = \dfrac{5}{4}(x-1)$, es decir, $y = \dfrac{5}{4}x + \dfrac{3}{4}$.

Resultado: a) dominio $(-\infty, -3] \cup [0, +\infty)$; ni par ni impar · **b)** -1 y $-\dfrac{3}{2}$ · **c)** $y = \dfrac{5}{4}x + \dfrac{3}{4}$.

7 Es un producto con $f = x^2$ y $g = e^x$. Sus derivadas son $f' = 2x$ y $g' = e^x$.

Aplicamos la regla del producto:

$$f'(x) = 2x\,e^x + x^2\,e^x = e^x\,(x^2 + 2x)$$

En $x = 1$: $f'(1) = e \cdot (1+2) = 3e \approx 8{,}15$.

Resultado: $f'(x) = e^x(x^2+2x)$ y $f'(1) = 3e \approx 8{,}15$.

8 Numerador $f = 3x + 1$, con $f' = 3$. Denominador $h = x - 2$, con $h' = 1$.

Regla del cociente:

$$g'(x) = \frac{3(x-2) - (3x+1)\cdot 1}{(x-2)^2} = \frac{3x - 6 - 3x - 1}{(x-2)^2} = \frac{-7}{(x-2)^2}$$

En $x = 3$: $g'(3) = \dfrac{-7}{1} = -7$.

Comprobación: $g(3) = 10$ y $g(3{,}01) = \dfrac{10{,}03}{1{,}01} \approx 9{,}931$. Baja $0{,}069$ en $0{,}01$: unos -7 por unidad. Cuadra.

Resultado: $g'(x) = \dfrac{-7}{(x-2)^2}$ y $g'(3) = -7$.

9 Fuera: «algo elevado a 5», que se deriva como $5\,(\text{algo})^4$. Dentro: $2x^2 - 3$, cuya derivada es $4x$. Multiplicamos:

$$h'(x) = 5\,(2x^2 - 3)^4 \cdot 4x = 20x\,(2x^2 - 3)^4$$

En $x = 1$: $h'(1) = 20 \cdot 1 \cdot (-1)^4 = 20$.

Resultado: $h'(x) = 20x\,(2x^2 - 3)^4$ y $h'(1) = 20$.

¿Se atasca con estos ejercicios? Reserva una llamada de 15 minutos y vemos dónde se pierde. Tú eliges día y hora.

metodonmv.es/llamada
o WhatsApp 611 60 89 98