MÉTODO NMV

SELECTIVIDAD · MADRID

Matemáticas II junio de 2026, resuelto

El examen real de la convocatoria ordinaria de 2026 en la Comunidad de Madrid: las cinco preguntas con la solución explicada paso a paso.

Convocatoria ordinaria 2026 | 90 minutos | 5 preguntas | Con solución detallada

ANTES DE EMPEZAR

Un examen real, con el formato nuevo

Este fue el examen de Matemáticas II de la convocatoria ordinaria de **junio de 2026**. Tiene el formato nuevo: **cinco preguntas de 2 puntos**, tres obligatorias y dos a escoger entre dos opciones, en **90 minutos**.

PREGUNTA	BLOQUE	QUÉ SE PIDE
1	Álgebra	Rango de una matriz con parámetro y una ecuación matricial.
2	Análisis	Un problema de optimización: el coste mínimo de enlosar un jardín.
3	Geometría	Simétrico de un punto respecto a un plano, y distancia o plano a elegir.
4.1 / 4.2	Probabilidad	Distribución normal y binomial, o probabilidad condicionada.
5.1 / 5.2	Análisis	Área con integración por partes, o continuidad, derivabilidad y tangente.

Una forma de trabajarlo

- Cronometra 90 minutos y hazlo entero, como si fuera el día real.
- Después corrige con este documento y apunta **en qué paso** perdiste los puntos: planteamiento, cálculo o justificación.
- Escribe siempre el razonamiento. El tribunal puntúa el planteamiento y la justificación, no solo el resultado.
- Para la pregunta 4.1 se entrega la tabla de la normal. Aquí usamos el valor que se necesita: $P(Z \leq 1) = 0{,}8413$.

> **QUÉ DICE EL TRIBUNAL**
> Cualquier método válido que llegue a la solución correcta se puntúa igual. Aquí mostramos el camino más directo, pero no es el único.

EL EXAMEN · 1 DE 2

Preguntas obligatorias

Pregunta 1. Dada la matriz real $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda - 2 & \lambda \\ 0 & 1 & \lambda - 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto) Discutir el rango de A en función del parámetro λ.

b) (1 punto) Para el caso $\lambda = 2$, resolver la ecuación matricial $A^2 - AX = I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

Pregunta 2. (2 puntos) Se quiere enlosar un jardín con forma de triángulo rectángulo de catetos 42 m y 56 m. Dentro del jardín se va a diferenciar un espacio rectangular techado de forma que dos de sus lados sean paralelos a los catetos del triángulo, un vértice coincida con el vértice del ángulo recto del triángulo y el vértice opuesto esté sobre su hipotenusa.

Alicatar la parte cubierta cuesta 30 €/m² y la parte no techada, 50 €/m², pues las baldosas llevan un tratamiento especial resistente al agua. Calcule las dimensiones de la parte techada que hacen que el coste de instalar el suelo en el jardín sea mínimo.

Pregunta 3. Dados el plano $\pi:\ 2x + 2y - z = 13$ y la recta $r \equiv \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{4}$.

a) (1 punto) Halle el punto simétrico del punto $P(2, 0, 0)$ respecto al plano π.

b) (1 punto) Responda solo a uno de los dos apartados siguientes:

b1) Halle la distancia entre el plano π y la recta r.

b2) Halle una ecuación del plano que contiene a la recta r y es ortogonal al plano π.

EL EXAMEN · 2 DE 2

Preguntas a escoger

Responda a **una** de las dos preguntas siguientes (máximo 2 puntos).

Pregunta 4.1. El proveedor de una fábrica de móviles proporciona baterías cuya duración sigue una distribución normal con media $\mu = 24$ horas y desviación típica $\sigma = 3$ horas. A efectos de control de calidad, se considera que una batería es defectuosa si su duración es inferior a 21 horas.

a) (1 punto) Se elige un teléfono al azar de la línea de producción. Calcule la probabilidad de que su batería sea considerada defectuosa.

b) (1 punto) Un distribuidor recibe un lote de 10 teléfonos. Suponiendo independencia entre ellos, ¿cuál es la probabilidad de que en ese lote haya al menos 9 teléfonos con la batería no defectuosa?

Pregunta 4.2. Sabiendo que $P(B) = 0{,}4$, $P(\overline{A \cup B}) = 0{,}4$ y $P(B|A) = 0{,}2$, calcule las siguientes probabilidades:

a) (1 punto) $P(\overline{A})$ y $P(A \cap B)$.

b) (1 punto) $P\big((A \cap B) \,|\, (A \cup B)\big)$.

Responda a **una** de las dos preguntas siguientes (máximo 2 puntos).

Pregunta 5.1. (2 puntos) Sea $f(x) = \ln(x)$. Halle el área de la región acotada por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y la recta $x = e$.

Pregunta 5.2. Sea la función $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - \operatorname{sen}(ax) + b & \text{si } x < 0 \\ \dfrac{2e^x}{1 + x^2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) (1 punto) Calcule los valores de a y b para que la función sea continua y derivable en $x = 0$.

b) (1 punto) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 2$.

PREGUNTA 1 · ÁLGEBRA · OBLIGATORIA

Rango y ecuación matricial

a — 1 PUNTO

1 El rango depende del determinante. Lo desarrollamos por la primera columna:
$|A| = 1 \cdot (1 \cdot 1 - 0) + 1 \cdot [(\lambda - 2)(\lambda - 1) - \lambda] = 1 + \lambda^2 - 4\lambda + 2 = \lambda^2 - 4\lambda + 3$.
$|A| = (\lambda - 1)(\lambda - 3)$, que se anula para $\lambda = 1$ y $\lambda = 3$.

2 **Si** $\lambda \neq 1, 3$**:** $|A| \neq 0$, luego $\operatorname{rg} A = 3$.

3 **Si** $\lambda = 1$ **o** $\lambda = 3$**:** $|A| = 0$, así que el rango es menor que 3. Pero siempre es al menos 2, porque el menor $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$ (filas 2 y 3, columnas 1 y 2) no depende de λ.

RESULTADO

$\operatorname{rg} A = 3$ si $\lambda \neq 1, 3$ $\qquad$ $\operatorname{rg} A = 2$ si $\lambda = 1$ o $\lambda = 3$

b — 1 PUNTO

1 Despejamos X antes de calcular nada. Para $\lambda = 2$, $|A| = 4 - 8 + 3 = -1 \neq 0$, así que A tiene inversa.
$A^2 - AX = I \Rightarrow AX = A^2 - I \Rightarrow X = A^{-1}(A^2 - I) = A - A^{-1}$.

2 Con $\lambda = 2$: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Por adjuntos y con $|A| = -1$:
$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ (se comprueba que $AA^{-1} = I$).

3 Restamos:
$$X = A - A^{-1} = \begin{pmatrix} 1+1 & 0 & 2-2 \\ 0+1 & 1-1 & 1-1 \\ 1-1 & 0 & 1+1 \end{pmatrix}$$

RESULTADO

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

PARA COMPROBAR

Se puede comprobar de otra forma: $A^2 - I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y, al multiplicar por A^{-1} por la izquierda, sale la misma X.

ERROR TÍPICO

El orden importa: AX, no XA. Al despejar hay que multiplicar por A^{-1} **por la izquierda**.

PREGUNTA 2 · ANÁLISIS · OBLIGATORIA

El coste mínimo de enlosar el jardín

1. **Dibujamos y ponemos letras.** Colocamos el ángulo recto en el origen, con el cateto de 56 m en el eje horizontal y el de 42 m en el vertical. El rectángulo techado tiene un vértice en el origen y el opuesto, (x, y), sobre la hipotenusa. Sus lados son x e y.

2. **Relación entre x e y.** La hipotenusa es la recta $\frac{x}{56} + \frac{y}{42} = 1$, de donde $y = 42 - \frac{3}{4}x$ con $0 < x < 56$.

3. **El coste.** El jardín mide $\frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 56 = 1176$ m². La parte techada ocupa xy m² a 30 €/m² y el resto, $1176 - xy$ m², a 50 €/m²:
$C = 30xy + 50(1176 - xy) = 58800 - 20xy$.

4. **Una sola variable.** Sustituimos y:
$C(x) = 58800 - 20x\left(42 - \frac{3}{4}x\right) = 15x^2 - 840x + 58800$.

5. **Derivamos** e igualamos a cero:
$C'(x) = 30x - 840 = 0 \;\Rightarrow\; x = 28$.

6. **Comprobamos que es un mínimo:** $C''(x) = 30 > 0$ (o bien $C' < 0$ a la izquierda de 28 y $C' > 0$ a la derecha).

7. **La otra dimensión:** $y = 42 - \frac{3}{4} \cdot 28 = 21$.

RESULTADO

Dimensiones de la parte techada: $28\text{ m} \times 21\text{ m}$

PARA COMPROBAR

Con esas medidas el coste total es $C(28) = 15 \cdot 784 - 840 \cdot 28 + 58800 = 47\,040$ €. Es un buen dato para comprobar: la parte techada (588 m²) y la no techada (588 m²) ocupan cada una la mitad del jardín, y $30 \cdot 588 + 50 \cdot 588 = 47\,040$ ✓.

ERROR TÍPICO

Dos errores muy frecuentes: olvidar justificar que es un mínimo (se pierde parte de la nota) y dejar el coste en función de dos variables sin usar la hipotenusa para eliminar una.

PREGUNTA 3 · GEOMETRÍA · OBLIGATORIA

Simétrico, distancia y plano

a

1 PUNTO

1 **Recta perpendicular al plano por P.** El vector normal es $\vec{n} = (2, 2, -1)$, así que $(x, y, z) = (2, 0, 0) + \lambda(2, 2, -1)$.

2 **Pie de la perpendicular M.** Sustituimos en π: $2(2 + 2\lambda) + 2(2\lambda) - (-\lambda) = 4 + 9\lambda = 13 \Rightarrow \lambda = 1$. Luego $M = (4, 2, -1)$.

3 **Simétrico P'.** M es el punto medio de P y P': $P' = 2M - P = (8 - 2,\ 4 - 0,\ -2 - 0)$.

RESULTADO

$P' = (6, 4, -2)$

b1

1 PUNTO

1 Si la recta es paralela al plano, su distancia es la de cualquiera de sus puntos al plano. Vector de la recta: $\vec{v} = (1, 1, 4)$. Como $\vec{v} \cdot \vec{n} = 2 + 2 - 4 = 0$, la recta es paralela al plano o está contenida en él.

2 El punto $P(2, 0, 0)$ está en r y $2 \cdot 2 + 0 - 0 = 4 \neq 13$, luego **no** está en π: son paralelos y distintos.

3 $$d(r, \pi) = d(P, \pi) = \frac{|2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 - 0 - 13|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{9}{3}.$$

RESULTADO

$d(r, \pi) = 3$

b2

1 PUNTO

1 El plano buscado contiene a r (pasa por $P(2, 0, 0)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (1, 1, 4)$) y es ortogonal a π (tiene como vector director el normal de π, $\vec{n} = (2, 2, -1)$).

2 $$\begin{vmatrix} x - 2 & y & z \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -9(x - 2) + 9y = 0$$

RESULTADO

$x - y - 2 = 0$

CUIDADO

En el apartado b hay que responder a **uno** solo de los dos (b1 o b2). Elige el que te salga más rápido y no hagas los dos.

PREGUNTA 4.1 · PROBABILIDAD · A ESCOGER

Baterías: normal y binomial

a — 1 PUNTO

1. Sea X la duración, $X \sim N(24, 3)$. Una batería es defectuosa si $X < 21$.
2. Tipificamos con $Z = \dfrac{X - 24}{3}$:

$$P(X < 21) = P\left(Z < \frac{21 - 24}{3}\right) = P(Z < -1).$$

3. Por la simetría de la normal, $P(Z < -1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0{,}8413$ (valor de la tabla).

RESULTADO

$$p = P(\text{defectuosa}) = 0{,}1587$$

b — 1 PUNTO

1. Sea Y el número de baterías defectuosas en el lote de 10. Con independencia, $Y \sim B(10;\, 0{,}1587)$.
2. «Al menos 9 no defectuosas» equivale a **como máximo 1 defectuosa**: $Y \leq 1$.
3. $$P(Y \leq 1) = P(Y = 0) + P(Y = 1) = \binom{10}{0} 0{,}8413^{10} + \binom{10}{1} 0{,}1587 \cdot 0{,}8413^{9}$$
$$\approx 0{,}1776 + 0{,}3351$$

RESULTADO

$$P(Y \leq 1) \approx 0{,}5127$$

ERROR TÍPICO

El error más frecuente es leer mal el enunciado y calcular $P(Y = 9)$ o $P(Y \geq 9)$ con la probabilidad de **defectuosa**. Traduce primero «al menos 9 no defectuosas» a «a lo sumo 1 defectuosa».

APROXIMACIONES

Se usa $0{,}8413$ y no $0{,}84$ para que el resultado coincida con el de la solución oficial; con más decimales sale $0{,}5129$.

PREGUNTA 4.2 · PROBABILIDAD · A ESCOGER

Probabilidad condicionada

Datos: $P(B) = 0{,}4$, $P(\overline{A \cup B}) = 0{,}4$ y $P(B|A) = 0{,}2$.

a — 1 PUNTO

1. Del complementario de la unión: $P(A \cup B) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.
2. Por la definición de probabilidad condicionada: $P(A \cap B) = P(B|A)\,P(A) = 0{,}2\,P(A)$.
3. Sustituimos en $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$:
   $0{,}6 = P(A) + 0{,}4 - 0{,}2\,P(A) = 0{,}8\,P(A) + 0{,}4 \;\Rightarrow\; P(A) = 0{,}25$.
4. Ahora sí lo que pide el enunciado:
   $P(\overline{A}) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$ y $P(A \cap B) = 0{,}2 \cdot 0{,}25 = 0{,}05$.

RESULTADO

$P(\overline{A}) = 0{,}75 \qquad P(A \cap B) = 0{,}05$

b — 1 PUNTO

1. Por la definición: $P\big((A \cap B)|(A \cup B)\big) = \dfrac{P\big((A \cap B) \cap (A \cup B)\big)}{P(A \cup B)}$.
   Como $A \cap B \subset A \cup B$, el numerador es simplemente $P(A \cap B)$.
2. $\dfrac{0{,}05}{0{,}6} = \dfrac{1}{12}$

RESULTADO

$\frac{1}{12} \approx 0{,}0833$

ERROR TÍPICO

Aquí pide $P(\overline{A})$, no $P(A)$. Es fácil responder $0{,}25$ por inercia. Subraya en el enunciado qué probabilidad te piden antes de empezar.

PARA COMPROBAR

Comprobación: $P(A \cup B) = 0{,}25 + 0{,}4 - 0{,}05 = 0{,}6$ ✓.

PREGUNTA 5.1 · ANÁLISIS · A ESCOGER

El área bajo el logaritmo

1 **Los límites de integración.** La gráfica de $\ln x$ corta al eje de abscisas en $x = 1$ ($\ln 1 = 0$), y la recta $x = e$ cierra la región. Entre 1 y e, $\ln x \geq 0$, así que el área es una integral sin cambios de signo:

$$A = \int_1^e \ln x \, dx.$$

2 **Integración por partes.** Tomamos $u = \ln x$ y $dv = dx$, con $du = \dfrac{1}{x}\,dx$ y $v = x$:

$$\int \ln x \, dx = x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x}\,dx = x \ln x - x.$$

3 **Regla de Barrow:**

$$A = \Big[x \ln x - x\Big]_1^e = (e \cdot 1 - e) - (1 \cdot 0 - 1) = 0 + 1.$$

RESULTADO

$$A = 1 \text{ u}^2$$

MERECE LA PENA MEMORIZARLA

Es una de las integrales clásicas que hay que saberse: la primitiva de $\ln x$ es $x \ln x - x$. Se obtiene siempre por partes, con $dv = dx$.

ERROR TÍPICO

Olvidar el límite inferior $x = 1$ y empezar en 0 es el fallo típico: $\ln x$ no está definido en 0. El enunciado no da ese límite, hay que deducirlo del eje de abscisas.

PREGUNTA 5.2 · ANÁLISIS · A ESCOGER

Continuidad, derivabilidad y tangente

a — 1 PUNTO

1. **Continuidad en $x = 0$.** Por la izquierda, $\lim_{x \to 0^-} f(x) = b$ (porque $\operatorname{sen} 0 = 0$). Por la derecha, $f(0) = \dfrac{2e^0}{1+0} = 2$. Para que coincidan: $b = 2$.
2. **Las derivadas.** Para $x < 0$: $f'(x) = 6x - a\cos(ax)$. Para $x > 0$: $f'(x) = \dfrac{2e^x(1+x^2) - 2e^x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \dfrac{2e^x(x-1)^2}{(1+x^2)^2}$.
3. **Derivabilidad en $x = 0$.** $f'(0^-) = -a$ y $f'(0^+) = 2$. Igualamos: $-a = 2$.

RESULTADO

$a = -2, \qquad b = 2$

b — 1 PUNTO

1. **Punto de tangencia.** $f(2) = \dfrac{2e^2}{1+4} = \dfrac{2e^2}{5}$.
2. **Pendiente.** $f'(2) = \dfrac{2e^2(2-1)^2}{(1+4)^2} = \dfrac{2e^2}{25}$.
3. **Recta** (punto-pendiente): $y - \dfrac{2e^2}{5} = \dfrac{2e^2}{25}(x-2)$. Si lo prefieres, despejando: $y = \dfrac{2e^2}{25}x + \dfrac{6e^2}{25}$.

RESULTADO

$y - \frac{2e^2}{5} = \frac{2e^2}{25}(x-2)$

ERROR TÍPICO

En $x = 2$ hay que usar la segunda rama ($x \geq 0$). Usar la primera por despiste es uno de los errores más repetidos en este tipo de funciones a trozos.

FÍJATE

Para continuidad y derivabilidad se necesitan **dos** condiciones: una para cada parámetro. Si solo planteas la continuidad, no sale el valor de a.

Y AHORA

Si tu hijo hace 2.º de Bachillerato

Practicar con exámenes reales marca la diferencia

Hacer un examen entero con tiempo, corregirlo y apuntar dónde se pierden los puntos es justo lo que se trabaja en clase.

Las Rosas
Calle de Sofía 189, Madrid

Fuente del Berro
Calle Fundadores 18, Madrid

Teléfono y WhatsApp
611 60 89 98

Web
metodonmv.com

Este documento resuelve el examen de Matemáticas II de la convocatoria ordinaria de 2026 de la prueba de acceso a la universidad de la Comunidad de Madrid. Los enunciados pertenecen a las universidades públicas de la Comunidad de Madrid; la resolución y las explicaciones son de Método NMV.