MÉTODO NMV

SELECTIVIDAD · MADRID

Matemáticas Aplicadas a las CCSS II resuelto paso a paso

Convocatoria ordinaria de junio de 2026 (examen del 3 de junio): las cuatro preguntas, con todas las opciones, la solución explicada y los errores que más se repiten.

Junio 2026 | 90 minutos | 4 preguntas | Todas las opciones resueltas

ANTES DE EMPEZAR

Cómo sacarle partido a este documento

El examen dura **90 minutos** y tiene **cuatro preguntas de 2,5 puntos** cada una. La primera es obligatoria y no tiene opciones. En cada una de las otras tres hay que escoger entre dos opciones (la 2.1 o la 2.2, la 3.1 o la 3.2, la 4.1 o la 4.2). Aquí están resueltas **todas**, para que puedas practicar también la que no habrías elegido.

PREGUNTA	BLOQUE	QUÉ SE PIDE
1	Estadística · competencial	Intervalo de confianza para una proporción (barómetro del CIS) y tamaño de muestra para un margen de error dado.
2.1 / 2.2	Análisis	Primitiva, área y derivada con un parámetro, o dominio, continuidad y asíntotas de una función a trozos.
3.1 / 3.2	Álgebra	Ecuación matricial y determinante, o región factible, vértices y mínimo de una función lineal.
4.1 / 4.2	Probabilidad	Independencia condicional y Bayes con tres sucesos, o probabilidad total y Bayes con un test de calidad.

Cada pregunta pesa lo mismo, pero las opciones no cuestan lo mismo de hacer. Elegir bien en los primeros diez minutos es parte del examen.

Fuente oficial. Enunciado, soluciones y criterios de corrección (en el mismo PDF), Universidad Complutense de Madrid, «Ejercicios de la PAU convocatoria Ordinaria 2026», examen del 3 de junio de 2026:
https://www.ucm.es/file/maccss-ii-3
Página: https://www.ucm.es/ejercicios-de-la-pau-convocatoria-ordinaria-1

Una forma de trabajarlo

- Intenta cada pregunta tú solo durante 15 o 20 minutos **antes** de mirar la solución.
- Si te atascas, lee solo el primer paso y vuelve a intentarlo.
- Compara con la solución y apunta **dónde** te equivocaste: en el planteamiento, en el cálculo o en la justificación.
- Escribe siempre el razonamiento. Todas las respuestas deben estar justificadas.

SOBRE LA TABLA DE LA NORMAL

Se usan los valores de la tabla oficial de la normal que lleva el examen: $z = 1{,}96$ (confianza del 95 %) y $z = 2{,}17$ (97 %). Con calculadora puede haber pequeñas diferencias decimales por el redondeo de los valores críticos.

EL EXAMEN · 1 DE 2

Preguntas 1 y 2

Pregunta 1 (2,5 puntos). Responda los dos apartados. Esta pregunta no tiene opcionalidad.

El barómetro de octubre de 2025 del Centro de Investigaciones Sociológicas (CIS) recoge las entrevistas realizadas a una muestra de 4029 personas. La Pregunta 10R plantea al entrevistado: «¿Cuál es, a su juicio, el principal problema que existe actualmente en España? ¿Y el segundo? ¿Y el tercero?» De los 333 entrevistados entre 18 y 24 años, un $35{,}5$ % mencionan como alguno de los tres problemas «la vivienda», un $26{,}7$ % «la inmigración» y un $25{,}1$ % «los problemas relacionados con la calidad del empleo». En los barómetros de septiembre y julio de 2025, «la vivienda» fue mencionada como respuesta a la Pregunta 10R por el $31{,}9$ % y el $29{,}3$ % de los jóvenes en la misma franja de edad, respectivamente.

1.a) (1,5 puntos) Calcule el intervalo de confianza al 95 % para la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España en octubre de 2025.

1.b) (1 punto) Para el barómetro de noviembre se desea volver a estimar la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España. Se quiere que esta estimación tenga un margen de error de cinco puntos porcentuales y un nivel de confianza del 97 %. Calcule el tamaño de muestra que sería necesario asumiendo que la proporción es $p = 0{,}355$.

Pregunta 2 (2,5 puntos). Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 2.1 o bien 2.2.

2.1 Considere la función real de variable real $f(x) = x(1 - x^2) + e^{-\lambda x}$, donde λ es un parámetro real sin especificar.

2.1.a) (1 punto) Calcule $F(x)$, la primitiva de $f(x)$, tal que $F(0) = 1$.

2.1.b) (1 punto) Obtenga el área entre la curva de $f(x)$ y el eje horizontal en el intervalo $[0, 1]$.

2.1.c) (0,5 puntos) ¿Para qué valores de λ es $f'(0)$ positiva?

2.2 Sea la función real de variable real definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+2}{(x-2)^2} & \text{si } x < 0, \\ \dfrac{x^2 + x^3}{x^2 + 1} & \text{si } x \geqslant 0. \end{cases}$

2.2.a) (0,5 puntos) Determine razonadamente el dominio de $f(x)$.

2.2.b) (0,5 puntos) Estudie la continuidad de $f(x)$ en $x = 0$.

2.2.c) (0,5 puntos) Calcule la asíntota de $f(x)$ cuando $x \to -\infty$.

2.2.d) (1 punto) Calcule la asíntota de $f(x)$ cuando $x \to +\infty$.

EL EXAMEN · 2 DE 2

Preguntas 3 y 4

Pregunta 3 (2,5 puntos). Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 3.1 o bien 3.2.

3.1 Considere las siguientes matrices: $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & 1 \\ 3/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$.

3.1.a) (1,5 puntos) Calcule la matriz X en la ecuación matricial $AXB = A + B$.

3.1.b) (1 punto) Calcule el determinante $|C^2B|$, siendo $C = 2(A^{-1})^t$. *Nota: M^t denota la matriz traspuesta de la matriz M.*

3.2 Considere la región S del plano delimitada por las siguientes restricciones: $x \leqslant 6,\ 3y - 2x \leqslant 10,\ 3y \geqslant 2 - 2x,\ x \leqslant 10 - y,\ y \geqslant x - 6$.

3.2.a) (2,0 puntos) Calcule las coordenadas de los vértices de S y represente gráficamente la región S.

3.2.b) (0,5 puntos) Se desea minimizar el triple de y menos la mitad de x en S. Indique el valor mínimo y el punto de la región en el cual se alcanza.

Pregunta 4 (2,5 puntos). Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 4.1 o bien 4.2.

4.1 Sean A, B y C tres sucesos de los que se conoce la siguiente información: $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}6$, $P(C) = 0{,}5$, $P(A \mid C) = 0{,}6$, $P(B \mid C) = 0{,}8$, $P(A \cap B \mid C) = P(A \mid C)P(B \mid C)$ y $P(A \cap B \mid \overline{C}) = 0{,}08$.

4.1.a) (1 punto) Determine si A y B son independientes.

4.1.b) (1,5 puntos) Determine la probabilidad de que C ocurra sabiendo que A y B ocurrieron. *Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario (contrario) del suceso S.*

4.2 En un laboratorio farmacéutico se realiza un test de control de calidad para detectar productos defectuosos antes de su distribución. Se conoce la siguiente información: el 3 % de los productos presenta un defecto grave, el 7 % un defecto leve y el resto no presenta defectos. Si el defecto es grave, el test da positivo el 98 % de las veces. Si el defecto es leve, el test da positivo el 80 % de las veces. Si el producto no tiene defectos, el test da positivo el 5 % de las veces.

4.2.a) (1,2 puntos) Calcule la probabilidad de que el test de un producto seleccionado al azar dé negativo.

4.2.b) (1,3 puntos) Si el test de un producto ha dado positivo, calcule la probabilidad de que el defecto sea grave.

PREGUNTA 1 · ESTADÍSTICA · OBLIGATORIA

El barómetro del CIS: intervalo y tamaño de muestra

a

1,5 PUNTOS

1. **Datos.** La muestra de jóvenes de 18 a 24 años es $n = 333$ (no los 4029 del barómetro completo) y $\hat{p} = 0{,}355$.
2. **Aproximación normal.** Se puede usar porque $n\hat{p} = 118{,}2 > 5$ y $n(1-\hat{p}) = 214{,}8 > 5$.
3. **Valor crítico.** Confianza 95 %: $\alpha/2 = 0{,}025$, $P(Z \leqslant z) = 0{,}975$, $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.
4. **Error:** $E = z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}355 \cdot 0{,}645}{333}} \approx 0{,}0514$.

RESULTADO

$$I.C. = (0{,}355 - 0{,}0514;\ 0{,}355 + 0{,}0514) = (0{,}3036;\ 0{,}4064)$$

OJO

Los datos de septiembre, de julio, la inmigración y el empleo **no** se usan en este apartado. Y el 4029 es el total del barómetro; la muestra de jóvenes es 333.

b

1 PUNTO

1. **Valor crítico.** Confianza 97 %: $\alpha = 0{,}03$, $\alpha/2 = 0{,}015$, $P(Z \leqslant z) = 0{,}985$ y en la tabla $z_{\alpha/2} = 2{,}17$.
2. **Margen de error** $E = 0{,}05$ con $p = 0{,}355$ (el dato del barómetro anterior como estimación previa):

$$n \geqslant \frac{z_{\alpha/2}^2\, p(1-p)}{E^2} = \frac{2{,}17^2 \cdot 0{,}355 \cdot 0{,}645}{0{,}05^2} \approx 431{,}29.$$

RESULTADO

$$n = 432 \text{ entrevistados}$$

ERROR TÍPICO

El tamaño de la muestra se redondea **siempre hacia arriba**: con 431 el margen de error sería algo mayor que cinco puntos.

PREGUNTA 2.1 · ANÁLISIS · A ESCOGER

Primitiva, área y derivada con parámetro

a — 1 PUNTO

1 **Primitiva.** Integramos cada sumando ($\lambda \neq 0$):

$$\int \left(x - x^3 + e^{-\lambda x}\right) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} + C.$$

2 **Constante.** $F(0) = -\dfrac{1}{\lambda} + C = 1 \Rightarrow C = 1 + \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{\lambda + 1}{\lambda}$.

RESULTADO

$F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} + \frac{\lambda+1}{\lambda}$

FÍJATE

La primitiva lleva λ en el denominador, así que el apartado supone $\lambda \neq 0$. Con $\lambda = 0$ la función es $x - x^3 + 1$ y su primitiva con $F(0) = 1$ sería $\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} + x + 1$.

b — 1 PUNTO

1 **Signo.** En $[0, 1]$, $x(1 - x^2) \geqslant 0$ y $e^{-\lambda x} > 0$. Luego $f(x) > 0$ y el área es la integral.

2 **Barrow:** $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = F(1) - F(0) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} + 1 + \frac{1}{\lambda}\right) - 1.$

RESULTADO

$\text{Área} = \frac{1}{4} + \frac{1-e^{-\lambda}}{\lambda}\ u^2$

c — 0,5 PUNTOS

1 $f'(x) = 1 - 3x^2 - \lambda e^{-\lambda x}$, así que $f'(0) = 1 - \lambda$.

2 $f'(0) > 0 \Leftrightarrow 1 - \lambda > 0$.

RESULTADO

$\lambda < 1$

PARA COMPROBAR

Comprobación del área con $\lambda = 2$: $\frac{1}{4} + \frac{1-e^{-2}}{2} \approx 0{,}682$, que coincide con integrar f directamente entre 0 y 1.

PREGUNTA 2.2 · ANÁLISIS · A ESCOGER

Función a trozos: continuidad y asíntotas

a — 0,5 PUNTOS

1 Para $x < 0$, el denominador $(x-2)^2$ solo se anula en $x = 2$, que no está en ese trozo. Para $x \geqslant 0$, $x^2 + 1 > 0$ siempre.

RESULTADO

$\mathrm{Dom} f = \mathbb{R}$

b — 0,5 PUNTOS

1 $f(0) = \dfrac{0}{1} = 0.$

2 $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x+2}{(x-2)^2} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$ y $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^2+x^3}{x^2+1} = 0.$

RESULTADO

$\frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow f$ no es continua en $x = 0$

c — 0,5 PUNTOS

1 Cuando $x \to -\infty$ se usa el trozo $\dfrac{x+2}{(x-2)^2}$. El grado del numerador (1) es menor que el del denominador (2):

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x+2}{x^2-4x+4} = 0.$$

RESULTADO

$y = 0$ (asíntota horizontal en $-\infty$; no hay oblicua)

d — 1 PUNTO

1 Cuando $x \to +\infty$ se usa $\dfrac{x^2+x^3}{x^2+1}$. El grado del numerador (3) supera en uno al del denominador (2): no hay horizontal y sí **oblicua** $y = mx + n$.

2 $m = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim \dfrac{x^2+x^3}{x^3+x} = 1.$

3 $n = \lim\limits_{x \to +\infty} \big(f(x) - x\big) = \lim \dfrac{x^2+x^3-x(x^2+1)}{x^2+1} = \lim \dfrac{x^2-x}{x^2+1} = 1.$

RESULTADO

$y = x + 1$ (asíntota oblicua en $+\infty$)

ERROR TÍPICO

En cada lado del infinito se usa **el trozo que corresponde**: la rama $x < 0$ para $-\infty$ y la rama $x \geqslant 0$ para $+\infty$.

PREGUNTA 3.1 · ÁLGEBRA · A ESCOGER

Ecuación matricial y determinante

a — 1,5 PUNTOS

1 **Despejamos X.** Multiplicamos por A^{-1} a la izquierda y por B^{-1} a la derecha: $X = A^{-1}(A+B)B^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$.

2 **Inversa de A.** $|A| = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4} - 1\right) - 1\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}\left(1 - \frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{8} + 1 + \frac{3}{8} = 1 \neq 0$. Con la matriz de adjuntos (que es simétrica):

$$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

3 **Inversa de B** (diagonal): $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$.

RESULTADO

$$X = B^{-1} + A^{-1} = \tfrac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

PARA COMPROBAR

Para comprobar, la entrada $(1,1)$ de AXB debe ser la de $A+B$, que es $\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$. En efecto: $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot 1 + 1\cdot\frac{4}{4}\cdot 1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot 1 = \frac{1}{8} + 1 + \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$ ✓.

b — 1 PUNTO

1 $|C^2 B| = |C|^2\,|B|$, con $|B| = 1\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

2 $|C| = \left|2(A^{-1})^t\right| = 2^3\,|A^{-1}| = \dfrac{8}{|A|} = 8$ (en una matriz 3×3 sacar un 2 de cada fila multiplica por 2^3).

RESULTADO

$$|C^2 B| = 8^2 \cdot \tfrac{1}{8} = 8$$

PARA AHORRAR TIEMPO

Con la regla $|kM| = k^n|M|$ y $|M^t| = |M|$ no hace falta calcular C ni multiplicar matrices.

PREGUNTA 3.2 · ÁLGEBRA · A ESCOGER

La región S y el mínimo

a

2 PUNTOS

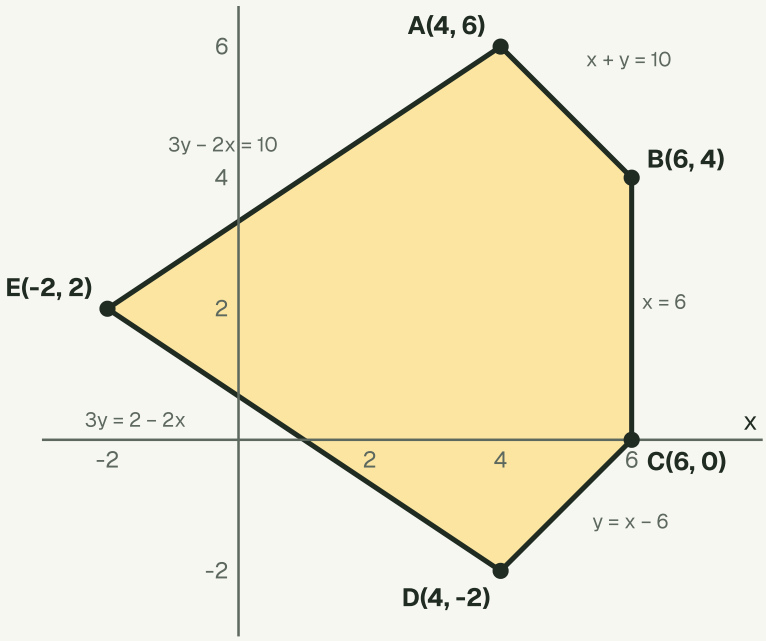
1 **Vértices**, cortando las rectas frontera de dos en dos y comprobando que cumplen las otras tres desigualdades:

A: $3y - 2x = 10$ y $x + y = 10 \to (4, 6)$. B: $x = 6$ y $x + y = 10 \to (6, 4)$.

C: $x = 6$ e $y = x - 6 \to (6, 0)$. D: $y = x - 6$ y $3y = 2 - 2x \to (4, -2)$.

E: $3y = 2 - 2x$ y $3y - 2x = 10 \to (-2, 2)$.

2 **Región.** Es el pentágono $ABCDE$ de la figura.



RESULTADO

$A(4, 6),\ B(6, 4),\ C(6, 0),\ D(4, -2),\ E(-2, 2)$

b

0,5 PUNTOS

1 **Función objetivo:** $f(x, y) = 3y - \dfrac{x}{2}$. Su mínimo en un polígono está en un vértice.

2 $f(A) = 16$, $f(B) = 9$, $f(C) = -3$, $f(D) = -8$, $f(E) = 7$.

RESULTADO

Mínimo $= -8$ en el punto $D(4, -2)$

PREGUNTA 4.1 · PROBABILIDAD · A ESCOGER

Tres sucesos e independencia condicional

a

1 PUNTO

1 Para saber si A y B son independientes necesitamos $P(A \cap B)$. Lo sacamos con la probabilidad total, condicionando a C y a $\overline{C}$ (con $P(\overline{C}) = 0{,}5$):

$$P(A \cap B \mid C) = P(A \mid C)\, P(B \mid C) = 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}48.$$

$$P(A \cap B) = 0{,}48 \cdot 0{,}5 + 0{,}08 \cdot 0{,}5 = 0{,}28.$$

2 Si fueran independientes, $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}24$. Pero $0{,}28 \neq 0{,}24$.

RESULTADO

A y B no son independientes

b

1,5 PUNTOS

1 Piden $P(C \mid A \cap B)$. Bayes:

RESULTADO

$$P(C \mid A \cap B) = \frac{P(A \cap B \mid C)\, P(C)}{P(A \cap B)} = \frac{0{,}48 \cdot 0{,}5}{0{,}28} = \frac{0{,}24}{0{,}28} = \frac{6}{7} \approx 0{,}8571$$

ERROR TÍPICO

Que A y B sean independientes **dado** C no quiere decir que lo sean a secas: el apartado a) lo muestra, porque mezclando C y $\overline{C}$ aparece una dependencia.

PREGUNTA 4.2 · PROBABILIDAD · A ESCOGER

El test de control de calidad

Sucesos: G = defecto grave, L = defecto leve, N = sin defecto; $+$ = el test da positivo, $-$ = negativo. Datos: $P(G) = 0{,}03$, $P(L) = 0{,}07$, $P(N) = 0{,}90$ y $P(+ \mid G) = 0{,}98$, $P(+ \mid L) = 0{,}80$, $P(+ \mid N) = 0{,}05$. Por tanto $P(- \mid G) = 0{,}02$, $P(- \mid L) = 0{,}20$, $P(- \mid N) = 0{,}95$.

a — 1,2 PUNTOS

1 Probabilidad total del resultado negativo:

$$P(-) = 0{,}02 \cdot 0{,}03 + 0{,}20 \cdot 0{,}07 + 0{,}95 \cdot 0{,}90 = 0{,}0006 + 0{,}014 + 0{,}855.$$

RESULTADO

$$P(-) = 0{,}8696$$

b — 1,3 PUNTOS

1 Primero $P(+) = 1 - 0{,}8696 = 0{,}1304$. Se comprueba sumando: $0{,}98 \cdot 0{,}03 + 0{,}80 \cdot 0{,}07 + 0{,}05 \cdot 0{,}90 = 0{,}0294 + 0{,}056 + 0{,}045 = 0{,}1304$.

2 Bayes:

RESULTADO

$$P(G \mid +) = \frac{P(+|G)\,P(G)}{P(+)} = \frac{0{,}0294}{0{,}1304} \approx 0{,}2255$$

PARA INTERPRETAR

Aunque el test detecta el 98 % de los defectos graves, solo el 22,5 % de los positivos son graves: hay muchos más productos sin defecto, y un 5 % de ellos da positivo.

FÍJATE

Según los criterios oficiales, cada suceso que no se define se penaliza con 0,1 puntos en la puntuación de la opción 4.2.

PARA TERMINAR

Notas sobre este documento

De dónde sale cada cosa

- **Enunciados:** convocatoria ordinaria de junio de 2026 (examen del 3 de junio) de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, publicada por las universidades públicas de la Comunidad de Madrid. Los enunciados pertenecen a ellas.
- **Resolución y explicaciones:** Método NMV. Cada resultado se ha comprobado con un cálculo independiente y coincide con las soluciones oficiales publicadas.
- **Valores de z:** los de la tabla de la normal estándar que acompaña al examen; con calculadora puede haber pequeñas diferencias decimales.
- **La figura de 3.2** está dibujada para esta resolución con los vértices calculados.

Cómo se puntúa

Cada pregunta vale **2,5 puntos**. El tribunal puntúa por separado el planteamiento, el cálculo y el resultado, así que un buen planteamiento con un error de cuentas sigue sumando.

> **IMPORTANTE**
> Este documento es orientativo. Cualquier método correcto se puntúa igual que el que aquí se muestra.