MÉTODO NMV

SELECTIVIDAD · MADRID

Matemáticas Aplicadas a las CCSS II resuelto paso a paso

Convocatoria extraordinaria de julio de 2026 (examen del 2 de julio): las cuatro preguntas, con todas las opciones, la solución explicada y los errores que más se repiten.

Extraordinaria · Julio 2026 | 90 minutos | 4 preguntas | Todas las opciones resueltas

ANTES DE EMPEZAR

Cómo sacarle partido a este documento

El examen dura **90 minutos** y tiene **cuatro preguntas de 2,5 puntos** cada una. La primera es obligatoria y no tiene opciones. En cada una de las otras tres hay que escoger entre dos opciones (la 2.1 o la 2.2, la 3.1 o la 3.2, la 4.1 o la 4.2). Aquí están resueltas **todas**, para que puedas practicar también la que no habrías elegido.

PREGUNTA	BLOQUE	QUÉ SE PIDE
1	Estadística · competencial	Intervalo de confianza para una media y tamaño de muestra para una proporción.
2.1 / 2.2	Álgebra	Operaciones con matrices, inversa y traspuesta, o discusión y resolución de un sistema con parámetro.
3.1 / 3.2	Probabilidad	Probabilidad total y Bayes con un detector, o álgebra de sucesos con datos sueltos.
4.1 / 4.2	Análisis	Dominio, continuidad y monotonía de una función a trozos, o tangente horizontal y área con una cúbica.

Cada pregunta pesa lo mismo, pero las opciones no cuestan lo mismo de hacer. Elegir bien en los primeros diez minutos es parte del examen.

Fuente oficial. Enunciado, soluciones y criterios de corrección (en el mismo PDF), Universidad Complutense de Madrid, «Ejercicios de la PAU convocatoria Extraordinaria 2026», examen del 2 de julio de 2026:
https://www.ucm.es/file/matem%C3%81ticas-aplicadas-a-las-ciencias-sociales-ii-1
Página: https://www.ucm.es/ejercicios-de-la-pau-convocatoria-1

Una forma de trabajarlo

- Intenta cada pregunta tú solo durante 15 o 20 minutos **antes** de mirar la solución.
- Si te atascas, lee solo el primer paso y vuelve a intentarlo.
- Compara con la solución y apunta **dónde** te equivocaste: en el planteamiento, en el cálculo o en la justificación.
- Escribe siempre el razonamiento y define los sucesos. Todas las respuestas deben estar justificadas.

SOBRE LA TABLA DE LA NORMAL

Se usan los valores de la tabla oficial de la normal que lleva el examen: $z = 2{,}29$ (confianza del 97,8 %) y $z = 1{,}96$ (95 %). Con calculadora puede haber pequeñas diferencias decimales por el redondeo de los valores críticos.

EL EXAMEN · 1 DE 2

Preguntas 1 y 2

Pregunta 1 (2,5 puntos). Responda los dos apartados. Esta pregunta no tiene opcionalidad.

Se está realizando un estudio sobre las ventas de mochilas de una marca deportiva en los pequeños establecimientos de una gran ciudad. Esta marca tiene dos tipos de mochilas, unas realizadas con material impermeable, que están indicadas preferentemente para deportes acuáticos, y otras fabricadas en lona no impermeable.

1.a) (1,3 puntos) Se supone que el precio de las mochilas sigue una distribución normal con desviación típica de 25 euros. Si se ha seleccionado una muestra de 50 comercios y se ha obtenido que el precio medio de venta de estas mochilas es de $43{,}55$ euros, obtenga un intervalo de confianza al $97{,}8$ % para la media de la distribución.

1.b) (1,2 puntos) Si se desea saber cuál es la proporción de clientes que prefieren las mochilas realizadas con material impermeable, ¿cuál es el número de comercios necesario para que dicha proporción tenga un error de muestreo inferior al 5 %? Utilice un nivel de confianza del 95 %. Considere el caso más conservador en el que $p = q = 0{,}5$.

Pregunta 2 (2,5 puntos). Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 2.1 o bien 2.2.

2.1 Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2.1.a) (1 punto) Calcule, si existe, la matriz $D = (AB + I)^{-1}$, donde M^{-1} significa la matriz inversa de M e I es la matriz identidad.

2.1.b) (1,5 puntos) Obtenga, si existe, el valor de k para que se verifique $AA^t - kB^tB = C$, donde M^t representa la matriz transpuesta de la matriz M.

2.2 Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a.

$$\begin{cases} 3x + ay = 1 \\ 2x - y + az = 1 \\ x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

2.2.a) (1,5 puntos) Discuta la solución del sistema para los diferentes valores de a.

2.2.b) (1 punto) Resuelva el sistema para el valor $a = 3$.

EL EXAMEN · 2 DE 2

Preguntas 3 y 4

Pregunta 3 (2,5 puntos). Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 3.1 o bien 3.2.

3.1 Se está realizando un estudio sobre la utilización de IA por parte de los estudiantes universitarios en la elaboración de trabajos académicos. En dicho estudio participan un 30 % de estudiantes de Humanidades, un 45 % de estudiantes de Ciencias y un 25 % de estudiantes de Derecho. Además, por estudios anteriores, se estima que, en Humanidades el 15 % de los estudiantes utilizan la IA, en Ciencias el 5 % y en Derecho el 25 %.

3.1.a) (0,9 puntos) Obtenga la probabilidad de que, elegido un trabajo al azar, haya sido realizado con la IA.

3.1.b) (0,8 puntos) Si se selecciona un trabajo que no ha sido realizado con la IA, obtenga la probabilidad de que pertenezca a un estudiante de Derecho.

3.1.c) (0,8 puntos) En la Facultad de Derecho, el detector de IA utilizado para este estudio tiene un 90 % de probabilidad de detectar los trabajos que realmente fueron realizados con IA, mientras que en un 8 % de las ocasiones clasifica los trabajos como realizados con la IA cuando realmente no se han realizado con dicha herramienta. Si al pasar un trabajo de un estudiante de Derecho por el detector este señala que se ha realizado con la IA, ¿cuál es la probabilidad de que efectivamente se haya realizado con la IA?

3.2 Se consideran dos sucesos A y B tales que $P(A \cap B) = 0{,}1$, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}7$ y $P(A \mid B) = 0{,}4$. Resuelva las siguientes preguntas (nota: $\overline{S}$ es el suceso complementario del suceso S):

3.2.a) (0,5 puntos) $P(B)$. 3.2.b) (0,5 puntos) $P(A \cup B)$. 3.2.c) (0,5 puntos) $P(A)$. 3.2.d) (0,5 puntos) $P(\overline{A} \mid \overline{B})$.

3.2.e) (0,5 puntos) ¿Son independientes los sucesos A y B? Justifique la respuesta.

Pregunta 4 (2,5 puntos). Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 4.1 o bien 4.2.

4.1 Considere la función real de variable real $f(x) = \begin{cases} e^{-3x+2} & x < 0 \\ \dfrac{x^2 - 4x + 2}{x + 1} & x \geqslant 0 \end{cases}$

4.1.a) (0,5 puntos) Determine razonadamente el dominio de la función.

4.1.b) (1 punto) Estudie la continuidad de la función en $x = 0$.

4.1.c) (1 punto) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. ¿Existe algún extremo de esta función?

4.2 Considere la función real de variable real $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$.

4.2.a) (1 punto) Obtenga los valores de a y b para que la recta tangente a la función en el punto $(1, 2)$ sea horizontal.

4.2.b) (1,5 puntos) Si $a = -10$ y $b = 0$, calcule el área delimitada por la función, el eje horizontal y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

PREGUNTA 1 · ESTADÍSTICA · OBLIGATORIA

Las mochilas: intervalo y tamaño de muestra

a

1,3 PUNTOS

1 **Datos.** $\sigma = 25$, $n = 50$, $\bar{x} = 43{,}55$. Confianza 97,8 %: $\alpha = 0{,}022$, $\alpha/2 = 0{,}011$, así que $P(Z \leqslant z) = 0{,}989$ y en la tabla $z_{\alpha/2} = 2{,}29$.

2 **Error:** $E = z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}29 \cdot \dfrac{25}{\sqrt{50}} \approx 8{,}096.$

3 **Intervalo:** $(\bar{x} - E;\ \bar{x} + E) = (43{,}55 - 8{,}096;\ 43{,}55 + 8{,}096).$

RESULTADO

$I.C. = (35{,}454;\ 51{,}646)$ euros

ERROR TÍPICO

La desviación típica $\sigma = 25$ es la de la población y se divide entre $\sqrt{50}$, no entre 50. Es el error de cuentas más frecuente.

b

1,2 PUNTOS

1 **Valor crítico.** Confianza 95 %: $\alpha/2 = 0{,}025$, $P(Z \leqslant z) = 0{,}975$, $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.

2 **Error de una proporción:** $E = z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{pq}{n}}$. Con $p = q = 0{,}5$ y $E < 0{,}05$:

$$n > \frac{z_{\alpha/2}^2\, pq}{E^2} = \frac{1{,}96^2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5}{0{,}05^2} = 384{,}16.$$

RESULTADO

$n = 385$ comercios

OJO

El tamaño de la muestra se redondea **siempre hacia arriba**: con 384 comercios el error sería un poco mayor que el 5 % que se permite.

PREGUNTA 2.1 · ÁLGEBRA · A ESCOGER

Matrices: inversa y traspuesta

a — 1 PUNTO

1 A es 2×3 y B es 3×2, así que AB es 2×2 y se puede sumar con I:

$$AB=\begin{pmatrix}1+3+0 & 0+3+1\\ 2+0+0 & 0+0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 4\\ 2 & 1\end{pmatrix},\qquad AB+I=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}.$$

2 Su determinante es $5\cdot 2-4\cdot 2=2\neq 0$, así que **existe** la inversa:

$D=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & -4\\ -2 & 5\end{pmatrix}$ (matriz adjunta traspuesta dividida por el determinante).

RESULTADO

$$D=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -1 & \frac{5}{2}\end{pmatrix}$$

PARA COMPROBAR

Comprobación: $\begin{pmatrix}5 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\ -1 & 5/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5-4 & -10+10\\ 2-2 & -4+5\end{pmatrix}=I$ ✓.

b — 1,5 PUNTOS

1 $$AA^t=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}.$$

2 $$B^tB=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}.$$

3 Igualamos $AA^t-kB^tB=C$ elemento a elemento:

$$\begin{pmatrix}11-2k & 3-k\\ 3-k & 5-2k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

$11-2k=5\Rightarrow k=3;\quad 3-k=0\Rightarrow k=3;\quad 5-2k=-1\Rightarrow k=3.$

RESULTADO

$k=3$

OJO

Todas las ecuaciones tienen que dar el **mismo** valor de k. Si alguna no coincidiera, la respuesta sería «no existe». Aquí sí coinciden.

PREGUNTA 2.2 · ÁLGEBRA · A ESCOGER

Sistema con parámetro

a

1,5 PUNTOS

1 Matriz de coeficientes $M = \begin{pmatrix} 3 & a & 0 \\ 2 & -1 & a \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. Su determinante:

$|M| = 3(-2+3a) - a(4-a) = a^2 + 5a - 6 = (a-1)(a+6)$.

2 **Caso $a \neq 1$ y $a \neq -6$.** $|M| \neq 0$, el rango es 3 y coincide con el de la ampliada y con el número de incógnitas: **compatible determinado**.

3 **Caso $a = 1$.** El menor $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -5 \neq 0$ da $\operatorname{rg} M = 2$. En la ampliada, el menor formado por las columnas 1, 2 y 4 es $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 0$, luego $\operatorname{rg} M^* = 2$: **compatible indeterminado**.

4 **Caso $a = -6$.** Otra vez $\operatorname{rg} M = 2$. Pero el menor de las columnas 1, 2 y 4 de la ampliada es $\begin{vmatrix} 3 & -6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 7 \neq 0$, luego $\operatorname{rg} M^* = 3$: **incompatible**.

RESULTADO

$a \neq 1, -6:$ S.C.D.; $\quad a = 1:$ S.C.I.; $\quad a = -6:$ S.I.

b

1 PUNTO

1 Para $a = 3$ el sistema es compatible determinado ($|M| = 18$). Lo resolvemos por sustitución:

$3x + 3y = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} - y$.

2 En la tercera: $\frac{1}{3} - y - 3y + 2z = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{3} + 2y$.

3 En la segunda: $2(\frac{1}{3} - y) - y + 3(\frac{1}{3} + 2y) = 1 \Rightarrow \frac{5}{3} + 3y = 1 \Rightarrow y = -\frac{2}{9}$. Entonces $x = \frac{5}{9}$ y $z = -\frac{1}{9}$.

RESULTADO

$x = \frac{5}{9}, \qquad y = -\frac{2}{9}, \qquad z = -\frac{1}{9}$

PARA COMPROBAR

Comprobación en la tercera ecuación: $\frac{5}{9} + \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{9}{9} = 1$ ✓.

PREGUNTA 3.1 · PROBABILIDAD · A ESCOGER

La IA en los trabajos universitarios

Sucesos: H, C, D = el trabajo es de Humanidades, Ciencias o Derecho; IA = el trabajo se ha hecho con IA. Datos: $P(H) = 0{,}30$, $P(C) = 0{,}45$, $P(D) = 0{,}25$ y $P(IA \mid H) = 0{,}15$, $P(IA \mid C) = 0{,}05$, $P(IA \mid D) = 0{,}25$.

a — 0,9 PUNTOS

1 Probabilidad total:

$$P(IA) = 0{,}30 \cdot 0{,}15 + 0{,}45 \cdot 0{,}05 + 0{,}25 \cdot 0{,}25 = 0{,}045 + 0{,}0225 + 0{,}0625.$$

RESULTADO

$$P(IA) = 0{,}13$$

b — 0,8 PUNTOS

1 Piden $P(D \mid \overline{IA})$. Sabemos que $P(\overline{IA} \mid D) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$ y $P(\overline{IA}) = 1 - 0{,}13 = 0{,}87$.

2 Bayes:

RESULTADO

$$P(D \mid \overline{IA}) = \frac{0{,}75 \cdot 0{,}25}{0{,}87} = \frac{0{,}1875}{0{,}87} \approx 0{,}2155$$

c — 0,8 PUNTOS

1 Nos restringimos a Derecho. DET = «el detector marca el trabajo como hecho con IA». Datos: $P(IA) = 0{,}25$ y $P(\overline{IA}) = 0{,}75$; $P(DET \mid IA) = 0{,}9$ y $P(DET \mid \overline{IA}) = 0{,}08$.

2 Bayes, con la probabilidad total en el denominador:

RESULTADO

$$P(IA \mid DET) = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}25}{0{,}9 \cdot 0{,}25 + 0{,}08 \cdot 0{,}75} = \frac{0{,}225}{0{,}285} \approx 0{,}79$$

ERROR TÍPICO

En 3.1.c el 8 % de falsos positivos se aplica a los trabajos **sin** IA, que en Derecho son el 75 %, no el 25 %.

FÍJATE

Según los criterios oficiales, cada suceso que no se define se penaliza con 0,1 puntos en la puntuación de la opción. Escribe los sucesos antes de empezar.

PREGUNTA 3.2 · PROBABILIDAD · A ESCOGER

Álgebra de sucesos

Datos: $P(A \cap B) = 0{,}1$, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}7$, $P(A \mid B) = 0{,}4$.

a 0,5 PUNTOS

1 $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \dfrac{0{,}1}{0{,}4}$.

RESULTADO

$P(B) = 0{,}25$

b 0,5 PUNTOS

1 Por De Morgan, $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$, así que $P(A \cup B) = 1 - 0{,}7$.

RESULTADO

$P(A \cup B) = 0{,}3$

c 0,5 PUNTOS

1 De $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ despejamos $P(A) = 0{,}3 - 0{,}25 + 0{,}1$.

RESULTADO

$P(A) = 0{,}15$

d 0,5 PUNTOS

1 $P(\overline{B}) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}7$.

RESULTADO

$P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \frac{0{,}7}{0{,}75} = \frac{14}{15} \approx 0{,}9333$

e 0,5 PUNTOS

1 Si fueran independientes, $P(\overline{A} \mid \overline{B})$ sería igual a $P(\overline{A}) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$. Pero vale $0{,}9333 \neq 0{,}85$.

Otra forma: $P(A \cap B) = 0{,}1$ y $P(A)P(B) = 0{,}15 \cdot 0{,}25 = 0{,}0375$, que no coinciden.

RESULTADO

No son independientes

PARA RECORDAR

Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Basta que falle una de las igualdades equivalentes para que no lo sean.

PREGUNTA 4.1 · ANÁLISIS · A ESCOGER

Función a trozos: continuidad y monotonía

a — 0,5 PUNTOS

1 Para $x < 0$, e^{-3x+2} es una exponencial, definida siempre. Para $x \geqslant 0$, el denominador $x + 1$ solo se anula en $x = -1$, que no está en ese trozo.

RESULTADO

$\mathrm{Dom} f = \mathbb{R}$

b — 1 PUNTO

1 $\lim_{x \to 0^-} e^{-3x+2} = e^2 \approx 7{,}39.$

2 $\lim_{x \to 0^+} \dfrac{x^2 - 4x + 2}{x + 1} = 2 = f(0).$

RESULTADO

$e^2 \neq 2 \Rightarrow$ f es discontinua en $x = 0$ (salto finito)

c — 1 PUNTO

1 **Para** $x < 0$**:** $f'(x) = -3e^{-3x+2} < 0$, así que f es decreciente.

2 **Para** $x > 0$**:** $f'(x) = \dfrac{(2x-4)(x+1) - (x^2 - 4x + 2)}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2 + 2x - 6}{(x+1)^2}.$

3 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{7}$. Solo vale $x = \sqrt{7} - 1 \approx 1{,}646$, porque la otra raíz es negativa.

4 Signo: en $(0, \sqrt{7} - 1)$ es $f' < 0$ (decrece) y en $(\sqrt{7} - 1, +\infty)$ es $f' > 0$ (crece).

RESULTADO

Decrece en $(-\infty, 0)$ y en $(0, \sqrt{7} - 1)$; crece en $(\sqrt{7} - 1, +\infty)$; mínimo en $x = \sqrt{7} - 1$

PARA COMPLETAR

El mínimo vale $f(\sqrt{7} - 1) = 2\sqrt{7} - 6 \approx -0{,}708$. En $x = 0$ no hay extremo: es un punto de discontinuidad, a la izquierda la función vale más que e^2 y a la derecha desciende desde 2.

PREGUNTA 4.2 · ANÁLISIS · A ESCOGER

Tangente horizontal y área

a

1 PUNTO

1 **Tangente horizontal en $x=1$:** $f'(x)=3x^2+6x+a$ y $f'(1)=9+a=0\Rightarrow a=-9$.

2 **El punto $(1,2)$ está en la gráfica:** $f(1)=1+3+a+b=4-9+b=2\Rightarrow b=7$.

RESULTADO

$a=-9,\qquad b=7$

PARA COMPROBAR

Comprobación: $f(x)=x^3+3x^2-9x+7$ cumple $f(1)=1+3-9+7=2$ ✓ y $f'(1)=3+6-9=0$ ✓.

b

1,5 PUNTOS

1 Con $a=-10$ y $b=0$: $f(x)=x^3+3x^2-10x=x(x-2)(x+5)$. Corta al eje en $x=-5,0,2$. En $[1,3]$ solo importa $x=2$: $f<0$ en $(1,2)$ y $f>0$ en $(2,3)$.

2 Primitiva: $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+x^3-5x^2$, con $F(1)=-\frac{15}{4}$, $F(2)=-8$, $F(3)=\frac{9}{4}$.

3 $\text{Área}=-\displaystyle\int_1^2 f+\int_2^3 f=-\big(F(2)-F(1)\big)+\big(F(3)-F(2)\big)=\frac{17}{4}+\frac{41}{4}$.

RESULTADO

$\text{Área}=\frac{29}{2}=14{,}5\ u^2$

ERROR TÍPICO

No se puede hacer $\int_1^3 f$ de golpe: daría $F(3)-F(1)=6$, porque la parte negativa resta a la positiva. Hay que partir en el punto de corte $x=2$ y sumar los dos trozos en positivo.

PARA TERMINAR

Notas sobre este documento

De dónde sale cada cosa

- **Enunciados:** convocatoria extraordinaria de julio de 2026 (examen del 2 de julio) de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, publicada por las universidades públicas de la Comunidad de Madrid. Los enunciados pertenecen a ellas.
- **Resolución y explicaciones:** Método NMV. Cada resultado se ha comprobado con un cálculo independiente y coincide con las soluciones oficiales publicadas.
- **Valores de z:** los de la tabla de la normal estándar que acompaña al examen; con calculadora puede haber pequeñas diferencias decimales.

Cómo se puntúa

Cada pregunta vale **2,5 puntos**. El tribunal puntúa por separado el planteamiento, el cálculo y el resultado, así que un buen planteamiento con un error de cuentas sigue sumando.

> **IMPORTANTE**
> Este documento es orientativo. Cualquier método correcto se puntúa igual que el que aquí se muestra.